

Ministerstvo školstva Slovenskej republiky

**UČEBNÉ OSNOVY GYMNÁZIA**  
štvorročné štúdium

**MATEMATIKA**  
povinný učebný predmet

Schválilo Ministerstvo školstva Slovenskej republiky 24.2.1997 pod číslom 1252/96-15 s platnosťou od 1.9.1997

# MATEMATIKA

## CIELE

Absolvent gymnázia by si mal počas štúdia utvoriť obraz o matematike ako celku, ako aj o jej vybraných oblastiach. Má nadobudnúť vedomosti z algebry (riešenie rovníc a nerovníc, teória čísel), z planimetrie a stereometrie, z analytickej geometrie v rovine a priestore, zo základov analýzy (základné poznatky o funkciách, postupnostiach a infinitezimálnom počte), z kombinatoriky, zo základov pravdepodobnosti a štatistiky.

Z uvedených oblastí si osvojí pojmový aparát, vzťahy, súvislosti, postupy a činnosti potrebné na riešenie problémov. Naučí sa prezentovať svoje myšlienky s použitím matematickej terminológie a symboliky, tvoriť hypotézy riešení, hľadať argumenty a dôkazy na podporu svojich tvrdení, logicky uvažovať a riešiť matematické problémy. Naučí sa efektívne získavať a spracovávať informácie, využívať kalkulačky a výpočtovú techniku, matematizovať reálne situácie.

Mal by tiež pochopiť zmysel a hodnotu matematiky v histórii i v súčasnosti, oboznámiť sa s hlavnými historickými i kultúrnymi etapami vývoja matematiky, spoznať možnosť jej aplikácie v prírodných i humanitných vedách, získať dôveru v svoje matematické schopnosti a možnosti ich rozvíjania, pochopiť matematiku ako dynamický systém s množstvom otvorených problémov.

Cieľom vyučovania matematiky je aj vytváranie, rozvíjanie a upevňovanie kladných morálnych a vôľových vlastností – samostatnosť, rozhodnosť, húževnatosť, kritickosť a sebakritickosť, dôvera vo vlastné sily, zodpovednosť.

## OBSAH

Úroveň dosiahnutia cieľov vyučovania matematiky na gymnáziu je objektívne podmienená obsahom vyučovania, subjektívne ju určuje predovšetkým osobnosť žiaka a učiteľa.

Vo vyučovaní matematiky sa postupne spresňujú a prehlbujú množinovo-logické poznatky žiakov v rozsahu potrebnom pre štúdium a ďalšie vyučovanie podľa učebných osnov. Základné pojmy teórie množín a logiky by nemali tvoriť samostatný tematický celok. Nové poznatky sa zaraďujú postupne, rozvíja sa schopnosť komunikovať aj pomocou formálneho jazyka.

Upresňujú a prehlbujú sa vedomosti o obsahu pojmu reálne číslo, o operáciách s reálnymi číslami a ich vlastnostiach. Zaraďujú sa poznatky z elementárnej teórie čísel s prihliadnutím na propedeutiku topologickej štruktúry reálnych čísel.

Vedomosti zo základnej školy o reláciách rovnosť a nerovnosť sa prehlbujú v niekoľkých tematických celkoch. Riešia sa rozličné typy rovníc a nerovníc, ich sústavy, rovnice a nerovnice s parametrom. Pri riešení rovníc a nerovníc sa kladie dôraz na pochopenie logickej podstaty riešenia, na osvojovanie si jednotlivých algoritmov i na schopnosť získané poznatky aplikovať.

Výrazné postavenie v obsahu vyučovania majú elementárne funkcie. Dôraz sa kladie na opis reálnych situácií funkciami, na algoritmy a na aplikácie. V jednotlivých tematických

celkoch sa rozvíjajú poznatky a intuitívne predstavy o základných matematických pojmoch (napr. zobrazenie, spojitosť, miera, ...)

Geometria v rovine a v priestore je zastúpená predovšetkým afinnou a metrickou geometriou. S vyšetrowaním polohových a metrických vlastností sú spojené aj základy vektorovej algebry. Dôraz sa kladie na pochopenie a objasnenie súvislostí lineárnej algebry a geometrie. Pozornosť sa venuje aj základom kombinatoriky, pravdepodobnosti a štatistiky. Toto učivo by malo prispieť k formatívnej stránke vyučovania i k rozšíreniu možností aplikácie poznatkov získaných štúdiom na gymnáziu.

Nepovažujeme za účelné vymedzovať osobitnú hodinovú dotáciu na opakovanie a prehľbovanie učiva ani na začiatku, ani na konci štúdia, nakoľko takéto opakovanie je zvyčajne neefektívne, povrchné a nefunkčné. Omnoho účinnejšie je zopakovať na začiatku každého tematického celku všetko, čo je k nemu potrebné. Opakovanie na záver 4. ročníka je účelné len pre žiakov, ktorí chcú z matematiky maturovať, alebo ktorí budú z matematiky robiť prijímaciu skúšku na vysokú školu, čo však predpokladá aspoň 17 hodinovú dotáciu matematiky na strednej škole. Žiak by mal už na začiatku štúdia na gymnáziu vedieť, že 14 hodinová dotácia programovo nepostačuje na úspešnú prípravu na maturitnú skúšku a že ten, kto chce maturovať z matematiky, si musí buď niektoré časti učiva naštudovať individuálne, alebo musí navštevovať voliteľný predmet seminár z matematiky, či cvičenia z matematiky.

V uvedenom obsahu sa pri jeho osvojovaní rozvíjajú schopnosti samostatného štúdia žiakov, v primeranej miere sa uplatňuje formalizmus a algoritmizácia, čím sa vytvárajú predpoklady splniť zámery určené cieľmi vyučovania matematiky – utvoriť predpoklady na ďalšie štúdium matematiky na vysokej škole, či vytvoriť predpoklady na aplikovanie získaných matematických vedomostí a zručností.

Počty hodín uvedené pri vymenovaní jednotlivých celkov v ročníkoch sú len orientačné, pre učiteľa nezáväzná. V každom ročníku je niekoľko hodín (6, 10, 8, 16) venovaných „rozširujúcemu učivu“. Možno ich využiť buď na posilnenie tematických celkov základného učiva alebo na sprístupnenie odporúčaného rozširujúceho učiva uvedeného v hranatých zátvorkách. V každom ročníku je rezervovaných 8 hodín na písanie, rozbor a opravu písomných prác, ktoré nemusia byť štyri (štvrt'ročné) a môžu trvať aj dlhšie ako jednu vyučovaciu hodinu.

Učiteľ (predmetová komisia matematiky) je kompetentný rozhodnúť o počte hodín pre tematické celky či jednotlivé témy, o prípadných zmenách v navrhutej štruktúre učiva a jeho zaradenia do ročníkov.

<b>Prehľad tematických celkov</b>	<b>Orientačný počet hodín</b>
<b><u>1. ročník</u></b> (132 h)	
1. Úvod do štúdia matematiky	20
2. Funkcie, rovnice a nerovnice I	40
3. Planimetria I	20
4. Kombinatorika	24
5. Teória čísel	14

6. Rozširujúce učivo	6
7. Písomné práce	8
<b><u>2. ročník</u></b> (132 h)	
1. Funkcie, rovnice a nerovnice II	54
2. Planimetria II	40
3. Stereometria I	20
4. Rozširujúce učivo	10
5. Písomné práce	8
<b><u>3. ročník</u></b> (99 h)	
1. Stereometria II	25
2. Analytická geometria	58
3. Rozširujúce učivo	8
4. Písomné práce	8
<b><u>4. ročník</u></b> (90 h)	
1. Funkcie, rovnice a nerovnice III	46
2. Štatistika a pravdepodobnosť	20
3. Rozširujúce učivo	16
4. Písomné práce	8

### **1. ročník**

(4 hodiny týždenne, 132 hodín ročne,  
z toho 1 hodina týždenne s delenou triedou)

#### **1. Úvod do štúdia matematiky**

##### Ciele

- tvoriť výrazy, zapísať slovný text pomocou konštant, premenných a znakov operácií
- vyčíslieť výrazy s reálnymi číslami

- rozširovať, krátiť, sčítať, odčítať, násobiť a deliť algebraické zlomky
- určiť obor definície výrazu a vyčísliť jeho hodnotu pre konkrétne reálne číslo
- určiť pravdivostnú hodnotu jednoduchých a zložených výrokov
- utvoriť negáciu daného výroku
- určiť konečnú množinu danú charakteristickou vlastnosťou prvkov vymenovaním jej prvkov a naopak
- rozhodnúť o dvoch daných množinách, či sa rovnajú / nerovnajú a či jedna je podmnožinou druhej
- určiť prvky prieniku a zjednotenia daných dvoch množín
- určiť doplnok množiny vzhľadom na základnú množinu
- rozhodnúť o platnosti jednoduchých množinových identít buď pomocou grafického znázornenia (Vennovým diagramom) alebo logickým rozborom (priamo z definícií množinových operácií)
- zapísať úsek na číselnej osi pomocou intervalu
- zapísať zjednotenie a prienik dvoch intervalov ako interval (ak je to možné)

## Obsah

Číslo, číslica, konštanta, premenná, prepis slovného textu (matematizácia slovnej úlohy).

Výrazy a ich úpravy, hodnota výrazu, obor premennej výrazu a obor definície výrazu. Vyjadrenie neznámej zo vzorca. Algebraické zlomky (racionálne lomené výrazy) a operácie s nimi.

Výrok, pravdivostná hodnota výroku, pravdivý / nepravdivý výrok, hypotéza, jednoduchý / zložený výrok, základné logické spojky (a, alebo, ak – tak, vtedy a len vtedy), negácia výroku. Výroková forma, obor pravdivosti výrokovej formy.

Množina, prvky množiny, základné dva spôsoby určovania množín (vymenovaním prvkov a udaním charakteristickej vlastnosti), podmnožina, rovnosť množín, zjednotenie, prienik, doplnok, základné vlastnosti množinových operácií a ich súvis s logickými spojkami a operátormi. Počet prvkov množiny, prázdna / neprázdna množina, disjunktné množiny, konečná / nekonečná množina, Vennove diagramy.

Intervaly (otvorený, polouzavretý, uzavretý, neohraničený zľava / sprava) a operácie s nimi.

## **2. Funkcie, rovnice a nerovnice I**

### Ciele

- určiť obor definície a obor pravdivosti výrokovej formy

- načrtnúť graf danej lineárnej funkcie
- opísať základné vlastnosti lineárnej funkcie (definičný obor, obor hodnôt, nulový bod, monotónnosť, ohraničenosť)
- vyriešiť lineárnu rovnicu (nerovnicu) a sústavu lineárnych nerovnic
- graficky znázorniť množinu riešení danej lineárnej nerovnice
- vyriešiť sústavu dvoch lineárnych rovníc s dvoma neznámymi rôznymi metódami (dosadzovacia, eliminačná, grafická)
- vyriešiť sústavu troch lineárnych rovníc s tromi neznámymi eliminačnou metódou
- zostaviť lineárnu rovnicu alebo sústavu lineárnych rovníc ako matematický model slovnej úlohy, vyriešiť danú rovnicu (sústavu rovníc), overiť a interpretovať výsledky s ohľadom na pôvodnú slovnú úlohu
- poznať vlastnosti absolútnej hodnoty reálneho čísla
- riešiť lineárne rovnice s neznámou v absolútnej hodnote
- určiť os, vrchol a nulové body grafu danej kvadratickej funkcie a načrtnúť ho
- odvodiť vzorec na riešenie kvadratickej rovnice z úpravy na štvorec
- vyriešiť kvadratickú rovnicu pomocou vzorca aj pomocou úpravy na štvorec
- rozložiť kvadratický trojčlen na koreňové činitele
- zostaviť kvadratickú rovnicu s predpísanými koreňmi
- vyriešiť kvadratickú nerovnicu pomocou grafu príslušnej kvadratickej funkcie
- zostaviť kvadratickú rovnicu (nerovnicu), overiť a interpretovať výsledky s ohľadom na pôvodnú slovnú úlohu
- vyriešiť lineárnu rovnicu alebo sústavu lineárnych rovníc s parametrom a vykonať diskusiu o riešiteľnosti a počte riešení
- kresliť grafy lineárnych a kvadratických funkcií s absolútnymi hodnotami
- vyriešiť kvadratickú rovnicu s parametrom a vykonať diskusiu o riešiteľnosti a počte riešení
- vydeliť polynóm jeho koreňovým činiteľom
- načrtnúť graf lineárnej i kvadratickej funkcie s absolútnou hodnotou

## Obsah

Rovnica (ako výroková forma), neznáma, koeficienty, obor rovnice, koreň rovnice, riešenie rovnice (ako postup), množina riešení rovnice, dôsledková a ekvivalentná úprava, skúška správnosti, nerovnica (ako výroková forma).

Funkčná závislosť, funkcia ako predpis (priradenie), lineárna funkcia (LF), definičný obor a obor hodnôt LF, graf LF, rastúca / klesajúca LF, konštantná LF, lineárna rovnica (LR), grafické a algebrické riešenie LR, lineárna nerovnica (LN), grafické a algebrické riešenie LN, sústava dvoch LR s dvoma neznámymi, sústava troch LR s tromi neznámymi [Gaussova eliminačná metóda a determinant sústavy pre  $n = 2, 3$ ], sústava  $n$  LN s  $n$  neznámymi. LR a ich sústavy s parametrom, úlohy vedúce na riešenie LR alebo ich sústav, rovnice a nerovnice v súčinovom a podielovom tvare. Absolútna hodnota reálneho čísla, jej základné vlastnosti a geometrická interpretácia na číselnej osi, rovnice a nerovnice s neznámou v absolútnej hodnote, funkcia  $y = |x|$ , jej graf a základné vlastnosti.

Kvadratická funkcia (KF), graf KF – parabola, vrchol a os paraboly, nulové body KF, kvadratická rovnica (KR) a nerovnica (KN), koeficienty KR, korene KR, diskriminant KR, koreňové činitele kvadratického trojčlena, úprava na štvorec, vzorec na riešenie KR, počet koreňov KR a jeho súvis s diskriminantom, vplyv koreňov na tvar koreňových činiteľov, vzťah koreňov a koeficientov KR [Vietove vzťahy]. Súvis KR a najmä KN s grafom príslušnej KF, KR [KN] s parametrom, úlohy vedúce na riešenie KR alebo KN.

Polynóm, koeficienty polynómu, stupeň polynómu, hodnota polynómu, rozklad polynómu na súčin polynómov, delenie polynómu lineárnym polynómom, prostá funkcia. [Polynomicke funkcie PF, stupeň PF, graf PF, základné vlastnosti PF (definičný obor, obor hodnôt, ohraničenosť, spojitosť, nulové body, monotónnosť, ...), Hornerova schéma]. Párnosť a nepárnosť funkcií.

### **3. Planimetria I**

#### Ciele

- využívať vzťahy medzi dvojicami uhlov pri výpočtových a konštrukčných úlohách
- klasifikovať trojuholníky a štvoruholníky
- zisťovať zhodnosť trojuholníkov, pomocou zhodnosti odvodiť ďalšie vzťahy
- nájsť konštrukčne ťažisko, priesečník výšok, stred a polomer vpísanej a opísanej kružnice trojuholníka
- využívať jednoduché metrické vzťahy v konštrukčných a výpočtových úlohách
- odvodiť vzťah medzi stredovým a obvodovými uhlami i Talesovu vetu
- počítať veľkosti uhlov pomocou obvodových uhlov
- využívať vetu o stredovom a obvodovom uhle pri riešení geometrických úloh
- zostrojiť množinu všetkých uhlov s rovnakou veľkosťou, ktorých ramená prechádzajú danými bodmi a riešiť konštrukčné úlohy pomocou tejto množiny

- počítat' vzdialenosti a uhly v pravidelnom  $n$ - uholníku
- určiť, či sú dané trojuholníky podobné
- využívať vzťahy medzi podobnými trojuholníkmi na riešenie geometrických úloh
- odvodiť Euklidove a Pytagorovu vetu, počítat' dĺžky i vzdialenosti pomocou týchto viet
- zostrojiť úsečku s dĺžkou vyjadrenou druhou odmocninou prirodzeného čísla
- počítat' z daných prvkov ostatné prvky (len u pravouhlých trojuholníkov a trojuholníkov prevediteľných na pravouhlé)
- počítat' obsahy a obvody trojuholníkov, štvoruholníkov, pravidelných  $n$ - uholníkov, kruhu a jeho častí

## Obsah

Základné útvary v rovine, polpriamka, uhol, polrovina, dvojice uhlov, pravý uhol, incidencia, rovnobežnosť, konvexné / nekonvexné útvary, trojuholník, štvoruholníky, konvexné  $n$ - uholníky. Množiny bodov danej vlastnosti (os úsečky, os rôznobežiek). Zhodnosť trojuholníkov, vety o zhodnosti trojuholníkov, vzťahy medzi stranami a uhlami, vzťahy medzi vonkajšími a vnútornými uhlami, ťažnica, výška, kružnica opísaná a vpísaná trojuholníku, ťažisko, priesečník výšok, základné polohové vzťahy a jednoduché metrické vzťahy.

Kružnica, uhly v kružnici, stredový a obvodový uhol a vzťahy medzi nimi, Talesova veta.

Uhly v pravidelnom  $n$ - uholníku, [tetivový a dotyčnicový štvoruholník], podobnosť trojuholníkov, vety o podobnosti trojuholníkov, pomer obvodov a pomer obsahov podobných trojuholníkov, Pytagorova a Euklidove vety.

Obsahy rovinných útvarov, pravidelných  $n$ - uholníkov, štvoruholníkov, častí kruhu.

## **4. Kombinatorika**

### Ciele

- riešiť jednoduché kombinatorické úlohy systematickým vypísaním všetkých možností s využitím vhodného organizačného princípu
- riešiť zložitejšie kombinatorické úlohy ich rozložením na jednoduchšie podúlohy využitím kombinatorického pravidla súčtu a súčinu
- vysvetliť spôsob vyjadrenia počtu permutácií, variácií a kombinácií pomocou faktoriálov
- vyčíslit' hodnotu konkrétneho kombinačného čísla buď priamo z definície alebo využitím súčtového vzťahu (Pascalovho trojuholníka)
- umocniť algebrický dvojčlen na  $n$  ( $n \in \mathbf{N}$ )



## Obsah

Kombinatorické pravidlo súčtu a súčinu, permutácie (poradia), variácie, karteziánsky súčin dvoch množín, usporiadané dvojice, kombinácie, podmnožiny, faktoriál, kombinačné číslo, Pascalov trojuholník. Základné vlastnosti kombinačných čísel a Pascalovho trojuholníka.

Binomická veta. Variácie [kombinácie, permutácie] s opakovaním.

## **5. Teória čísel**

### Ciele

- vypočítať prvočíselný rozklad prirodzeného čísla
- zisťovať deliteľnosť a zvyšky po delení
- vypočítať nsn, NSD
- vytvoriť negáciu kvantifikovaného výroku
- dokazovať tvrdenia o vlastnostiach prirodzených čísel
- vysvetliť podstatu priameho dôkazu, nepriameho dôkazu sporom, nepriameho dôkazu implikácie a dôkazu metódou matematickej indukcie
- rozoznať na konkrétnych číslach konečný a nekonečný desatinný rozvoj reálneho čísla, nekonečný periodický rozvoj, racionálne a iracionálne číslo
- znázorniť reálne číslo na číselnej osi

### Obsah

Prirodzené číslo a jeho zápis, [číselné sústavy, binárna sústava, aritmetické operácie v číselných sústavách], deliteľ, násobok, deliteľnosť, znaky deliteľnosti, prvočíslo, zložené číslo, prvočíselný rozklad, [zvyškové triedy, aritmetiky vo zvyškových triedach], najmenší spoločný násobok (nsn), najväčší spoločný deliteľ (NSD) a vzťah medzi nimi, výpočet nsn a NSD, základné vlastnosti deliteľnosti, [diofantovské rovnice, lineárna diofantovská rovnica].

Dôkazové úlohy o deliteľnosti, obmena a obrátenie implikácie, základné metódy dôkazov (priamy a nepriamy dôkaz, dôkaz metódou matematickej indukcie). Existenčný a všeobecný kvantifikátor.

Prirodzené, celé, racionálne a reálne čísla. Zobrazenie množiny reálnych čísel.

## 2. ročník

(4 hodiny týždenne, 132 hodín ročne,  
z toho 1 hodina týždenne s delenou triedou)

### **1. Funkcie, rovnice a nerovnice II**

#### Ciele

- priradiť uhlom z intervalu  $\langle 0^\circ, 360^\circ \rangle$  hodnoty goniometrických funkcií a naopak (aj keď je uhol v oblúkovej miere)
- používať grafy goniometrických funkcií alebo jednotkovú kružnicu pri riešení úloh
- upravovať jednoduchšie goniometrické výrazy
- kresliť grafy zložených goniometrických funkcií
- riešiť goniometrické rovnice s využitím poznatkov o goniometrických funkciách
- odvodiť súčtové vzorce a vzorce pre polovičný a dvojnásobný uhol
- určiť periódu ľubovoľnej goniometrickej funkcie
- dokázať základné vety o mocninách s prirodzeným exponentom
- načrtnúť grafy niektorých mocninových funkcií
- kresliť grafy ľubovoľných lineárnych lomených funkcií a funkcií k nim inverzných
- upravovať výrazy s mocninami a odmocninami
- riešiť rovnice a nerovnice s neznámou v odmocnenci
- využiť poznatky o mocninách a odmocninách (resp. o príslušných funkciách) pri riešení rovníc s neznámou v odmocnenci
- kresliť grafy exponenciálnych a logaritmických funkcií
- odhadovať logaritmus daného čísla a naopak, odhadovať číslo, ktorého logaritmus je známy
- používať dekadický logaritmus pri zjednodušovaní numerických výpočtov
- riešiť základné exponenciálne a logaritmické rovnice
- využívať vlastnosti exponenciálnych a logaritmických funkcií (prostosť a monotónnosť) pri riešení exponenciálnych a logaritmických rovníc

- používať metódu substitúcie a zámény základov pri riešení logaritmických a exponenciálnych rovníc

## Obsah

Goniometrické funkcie (GF) ostrého uhla, stupňová a oblúčková miera, GF ľubovoľného uhla (na jednotkovej kružnici), GF ako funkcie reálnej premennej a ich základné vlastnosti, grafy základných GF, súmernosti na jednotkovej kružnici ako zdroj objavovania ďalších vlastností GF, periodické funkcie.

Súčtové vzorce, polovičný a dvojnásobný uhol [súčty typu  $\sin u + \sin v$ ], grafy funkcií tvaru  $A \cdot \sin(ax + b) + B$ , goniometrické rovnice [nerovnice], metóda substitúcie.

Definícia mocniny s prirodzeným exponentom, vety o týchto mocninách, grafy mocninových funkcií, definícia mocniny s celočíselným exponentom, vety o týchto mocninách, nepriama úmernosť, lineárna lomená funkcia, vzťahy medzi grafmi funkcií  $y = \frac{k}{x}$  a  $y = \frac{k}{x-a} + b$ , graf ľubovoľnej lineárnej lomenej funkcie (aj s absolútnou hodnotou), určenie asymptot (intuitívne pojem limity v nevlastnom bode), pojem inverznej funkcie, definícia odmocniny, vety o odmocninách, mocniny s racionálnym exponentom, úpravy výrazov s mocninami, riešenie jednoduchých rovníc a nerovnic s neznámou v odmocnenci.

Mocniny s iracionálnym a reálnym exponentom, exponenciálne funkcie (definícia, základné vlastnosti, náčrty grafov), číslo  $e$ , funkcia  $y = e^x$ , vplyv základu na priebeh exponenciálnej funkcie. Logaritmická funkcia ako funkcia inverzná k exponenciálnej, dekadický, [prirodzený] logaritmus, základné vlastnosti logaritmov. Exponenciálne a logaritmické rovnice [nerovnice].

## **2. Planimetria II**

### Ciele

- konštruovať trojuholníky, kružnice, útvary pomocou množín bodov danej vlastnosti
- odvodiť vzťahy medzi stranami, uhlami a ďalšími prvkami trojuholníka, odvodiť vzorce pre obsah trojuholníka
- riešiť trojuholník konštrukčne i výpočtom, vypočítať dĺžky strán, ťažníc, výšok, polomeru opísanej a vpísanej kružnice, veľkosti uhlov, obvodu a obsahu
- riešiť aplikované úlohy pomocou trigonometrie
- zostrojiť obraz útvaru v zhodnom zobrazení danom dvojicami odpovedajúcich si bodov
- zobrazíť útvar v osovej a stredovej súmernosti, posúvaní, otáčaní
- určiť výsledok zloženia dvoch osových súmerností
- riešiť konštrukčné úlohy pomocou zhodných zobrazení

- zobrazit' bod, úsečku, priamku a kružnicu v rovnoľahlosti, zobrazit' ľubovoľný útvar v rovnoľahlosti
- nájsť stred rovnoľahlosti dvoch kružníc, spoločné dotyčnice dvoch kružníc
- riešiť konštrukčné úlohy pomocou rovnoľahlosti
- využiť podobnosť pri riešení konštrukčných úloh

## Obsah

Množiny bodov danej vlastnosti, kružnica, dotyčnica kružnice.

Trojuholník, vzťahy medzi stranami a uhlami trojuholníka, sínusová a kosínusová veta, vyjadrenie všetkých prvkov trojuholníka (výška, ťažnica, polomer opísanej a vpísanej kružnice), obsah trojuholníka a vzorce pre jeho výpočet, [Herónov vzorec].

Zobrazenia v rovine, zhodné zobrazenia v rovine, osová súmernosť, skladanie osových súmerností, identita, stredová súmernosť, posúvanie a otáčanie, obraz úsečky, priamky a kružnice v jednotlivých zobrazeniach, samodružné body, samodružné útvary, stred súmernosti útvaru, os súmernosti útvaru, [priame a nepriame zhodnosti ].

Podobné zobrazenia v rovine, rovnoľahlosť, koeficient rovnoľahlosti, rovnoľahlosť kružníc.

Konštrukčné úlohy, rozbor, počet riešení, [konštrukčné úlohy s parametrom, diskusia].

## **3. Stereometria I**

### Ciele

- určovať vzájomnú polohu, zistiť a odôvodňovať rovnobežnosť, kolmosť priamky na rovinu, kolmosť priamok
- zobrazit' teleso vo voľnom rovnobežnom premietaní
- určovať a konštruovať prienik priamky a roviny, priesečnicu dvoch rovín
- zobrazit' rez telesa rovinou
- zostrojiť skutočnú veľkosť rezu
- zobrazit' prienik priamky a telesa
- počítať vzdialenosti dvoch bodov na pravidelných kolmých telesách i vzdialenosť bodu od roviny
- zhotovovať siete a modely telies

## Obsah

Základné útvary v priestore, bod, priamka, rovina, polohové vzťahy, vzájomná poloha dvoch priamok, rovnobežnosť priamok, vzájomná poloha priamky a roviny, dvoch rovín, vzájomná poloha troch rovín.

Princíp voľného rovnobežného premietania, invarianty.

Kolmosť, priamka kolmá na rovinu (definícia, kritérium), kolmosť rovín.

Telesá, hranol, kolmý hranol, ihlan, štvorsten, pravidelné telesá, rotačné telesá (valec, kužeľ, guľa).

Prienik telesa a roviny, prienik telesa a priamky, [osová afinita, stredová kolineácia].

Vzdialenosť bodu od roviny, vzdialenosť bodu od priamky.

### **3. ročník**

(3 hodiny týždenne, 99 hodín ročne,

z toho 1 hodina týždenne s delenou triedou)

#### **1. Stereometria II**

##### Ciele

- určiť odchýlku dvoch priamok
- určiť odchýlku priamky a roviny konštrukčne i výpočtom
- určiť odchýlku dvoch rovín konštrukčne i výpočtom
- počítanie objemov a povrchov telies
- pri počítaní objemov a povrchov zložitejších telies vedieť teleso vhodne rezať či doplniť, využívať zhodnosť telies, vlastnosti objemu, vhodnú voľbu podstáv

##### Obsah

Odchýlka dvoch priamok, kolmý priemet priamky do roviny, odchýlka priamky a roviny, odchýlka dvoch rovín, kolmosť rovín.

Vlastnosti objemu telies [zhodnosť v priestore], objemy hranatých a rotačných telies, [Cavalieriho princíp], povrchy telies.

## **2. Analytická geometria**

### Ciele

- spoznať geometrickú interpretáciu operácií s vektormi
- pochopiť súvislosť medzi priamkou (jej časťami) a grafom lineárnej funkcie
- určovať uhly a vzdialenosti daných útvarov
- určovať rovnice dotyčníc ku kružnici i z bodu mimo kružnice
- pochopiť súvislosť konštrukčnej (syntetickej) a analytickej metódy, ich výhody i nevýhody
- pri riešení geometrickej úlohy spoznať vhodnosť použitia analytickej metódy
- spoznať základné myšlienky analytickej geometrie
- voliť vhodnú súradnicovú sústavu pri riešení úloh

### Obsah

Karteziánska sústava súradníc na priamke, v rovine a priestore. Bod a jeho súradnice, stred úsečky a jeho súradnice, vzdialenosť dvoch bodov.

Vektor, operácie s vektormi, (sčítanie, odčítanie, násobenie vektora reálnym číslom), lineárne závislé a nezávislé vektory, súradnice vektora, veľkosť vektora, kolineárnosť a komplanárnosť bodov vyjadrená pomocou vektorov.

Skalárny súčin vektorov, odchýlka vektorov, kolmosť vektorov.

Analytické vyjadrenie priamky v rovine i priestore (parametrické vyjadrenie, všeobecný a smernicový tvar), smerový a normálový vektor priamky, smernica a smerový uhol priamky. Analytické vyjadrenie roviny (parametrické vyjadrenie, všeobecný tvar), normálový vektor roviny.

Analytické vyjadrenie úsečky, polpriamky, polroviny a polpriestoru. Geometrický význam koeficientov vo všeobecnej rovnici lineárneho útvaru, vzájomná poloha priamok a rovín, vzdialenosti a odchýlky lineárnych útvarov.

[Vektorový a zmiešaný súčin vektorov, obsahy a objemy geometrických útvarov.]

Rovnica kružnice (stredový i posunutý tvar), vzájomná poloha kružnice a priamky, dotyčnica kružnice, [guľa a guľová plocha, parabola, elipsa, hyperbola, vzájomná poloha priamky a kužeľosečky, dotyčnice ku kužeľosečkám].

Riešenie geometrických úloh metódami analytickej geometrie, voľba vhodnej sústavy súradníc, transformácia geometrickej úlohy na aritmetický (algebraický) problém a spätná transformácia výsledkov do geometrie.

## 4. ročník

(3 hodiny týždenne, 90 hodín ročne,  
z toho 1 hodina týždenne s delenou triedou)

### **1. Funkcie, rovnice a nerovnice III**

#### Ciele

- vypísať členy postupnosti, určiť ľubovoľný člen
- zisťovať monotónnosť postupnosti
- určovať limitu postupnosti (intuitívne)
- zistiť, či je postupnosť aritmetická alebo geometrická
- určiť diferenciu, resp. kvocient postupnosti
- určiť postupnosť čiastočných súčtov
- určiť (odhadnúť) súčet nekonečného radu
- hľadanie rovnice dotyčnice ku grafu polynomickej funkcie
- určovanie priebehu polynomickej funkcie (až po načrtnutie grafu)
- vedieť derivovať polynomicke funkcie
- chápať zmysel derivácie ako pojem, ktorý opisuje zmenu
- spoznať myšlienku dolných a horných integrálnych súčtov
- spoznať myšlienku aplikácie infinitesimalného počtu vo fyzike
- zhrnutie a zovšeobecnenie poznatkov o vlastnostiach funkcií

#### Obsah

Pojem postupnosti, spôsoby určenia (vrátane rekurentného), monotónnosť, ohraničenosť, limita postupnosti (intuitívne), konvergencia, divergencia postupnosti.

Aritmetická a geometrická postupnosť, diferenciu a kvocient, súčet prvých  $n$  členov postupnosti.

Nekonečný rad, čiastočný súčet (najmä aritmetického a geometrického radu), súčet geometrického radu (intuitívne), [konvergencia / divergencia radu].

Smernica dotyčnice, okamžitá rýchlosť, hľadanie extrémov (všetko prostredníctvom riešenia konkrétnych úloh), [limita a spojitosť funkcie], derivácia (intuitívne), derivácia

polynomických funkcií, súvis monotónnosti funkcie a jej derivácie, [okamžitá rýchlosť, druhá derivácia], približné výpočty obsahov a objemov, [primitívna funkcia, určitý integrál].

Zhrnutie a zovšeobecnenie poznatkov o funkciách a ich vlastnostiach, graf a priebeh funkcie, zložená funkcia.

## **2. Štatistika a pravdepodobnosť**

### Ciele

- pre daný štatistický súbor určiť hodnoty základných štatistických parametrov
- výpočet koeficientu korelácie dvoch veličín a štatistická interpretácia vypočítanej hodnoty
- spoznať myšlienku aplikácie štatistických hodnôt v praxi
- spoznať základné myšlienky teórie pravdepodobnosti

### Obsah

Súbor, znak, rozsah súboru, absolútna a relatívna početnosť, priemerná hodnota, aritmetický, geometrický, harmonický a vážený priemer, modus, medián, rozptyl, smerodajná odchýlka, variačný koeficient, [štatistické testovanie hypotéz, nulová hypotéza, kritická množina, hladina významnosti, chí-kvadrát test], lineárna korelácia, koeficient korelácie a jeho štatistická interpretácia, [regresná priamka, metóda najmenších štvorcov]. Tabuľka rozdelenia početností, histogram.

Náhodný jav, istý jav, nemožný jav, opačný jav, pravdepodobnosť javu. Nezávislé javy a ich pravdepodobnosť. Geometrické pravdepodobnosti. [Podmienená pravdepodobnosť.]

## **PROCES**

Stupeň a kvalita dosiahnutia vytýčených cieľov vyučovania matematiky závisí najmä od vyučovacích metód, od postupov odovzdávania poznatkov žiakom, od organizácie vyučovania. Vo vyučovaní matematiky sa v podstate rovnocenne uplatňujú motivačné, expozičné, fixačné a diagnostické metódy.

Motivačné rozhovory, výzvy, úlohy, aktualizácia obsahu má byť vždy na začiatku a podľa možnosti aj v priebehu získavania a objavovania nových poznatkov, no i pred kontrolou a pri určovaní domácej úlohy. Pri motivácii sa využíva skutočnosť, že matematické pojmy, operácie, vety a metódy vznikli pri riešení konkrétneho problému, že matematika vychádza predovšetkým zo skúseností a z potrieb riešiť reálne situácie.

Funkciou expozičných metód je oboznámiť žiakov s novými pojmami, vzťahmi, zákonitosťami, pracovnými postupmi a s nimi spojenými metódami. Najúčinnšie sú heuristické metódy a to nielen z hľadiska kvality osvojenia si nových poznatkov a zručností, ale i z hľadiska formatívneho, pretože rozvíjajú schopnosť samostatne sa vzdelávať.

Fixačné metódy vedú žiaka od orientačného oboznámenia sa s poznatkami, cez ich reprodukčné ovládanie až k tvorivému zvládnutiu. Nesmie sa však zabúdať na systematické



utváranie vzťahov medzi starým a novým učivom, na systematické hľadanie súvislostí medzi jednotlivými tematickými celkami.

Z hľadiska zisťovania vzdelávacej a výchovnej kvality a efektivity práce učiteľa či žiaka, sú významné diagnostické metódy, ktoré pomáhajú realizovať princíp diferencovaného prístupu, klasifikáciu a ďalšie plánovanie vyučovacieho procesu. Medzi najbežnejšie metódy patrí pozorovanie a písomné skúšanie (testy, domáce úlohy, ročníkové práce, ...).

Aktivita žiaka pri vyučovaní matematiky nemá byť orientovaná len na úsilie zapamätať si, ale má byť spojená s hľadaním podstaty problému, so samostatným myslením. Vyučovanie má do istej miery kopírovať objaviteľský postup. To si vyžaduje, aby sa učivo, pokiaľ je to možné, predkladalo vo forme problémov a otázok, ktoré majú žiaci riešiť. Pri riešení problémov sa majú žiaci naučiť používať rôzne pramene informácií, prehľady vzorcov, tabuľky, encyklopédie a primeranú odbornú literatúru. Zdôrazňovanie aktivity žiaka, jeho samostatnej práce, odporúčanie heuristických metód však ešte neznamená, že je potrebné zriecť sa metód a foriem typicky vyučovacieho charakteru.

Inováciu učebných osnov koordinoval: RNDr. Marián Hanula